



GTEL

GRUPO DE PESQUISA EM
TELECOMUNICAÇÕES SEM FIO



**UNIVERSIDADE
FEDERAL DO CEARÁ**

Processamento Tensorial de Sinais Aplicado às Comunicações

Eng. Lucas Nogueira Ribeiro

Prof. Dr. João César Moura Mota

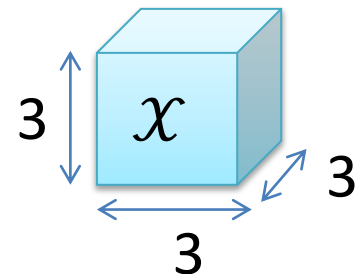
Prof. Dr. André Lima Férrer de Almeida

Introdução

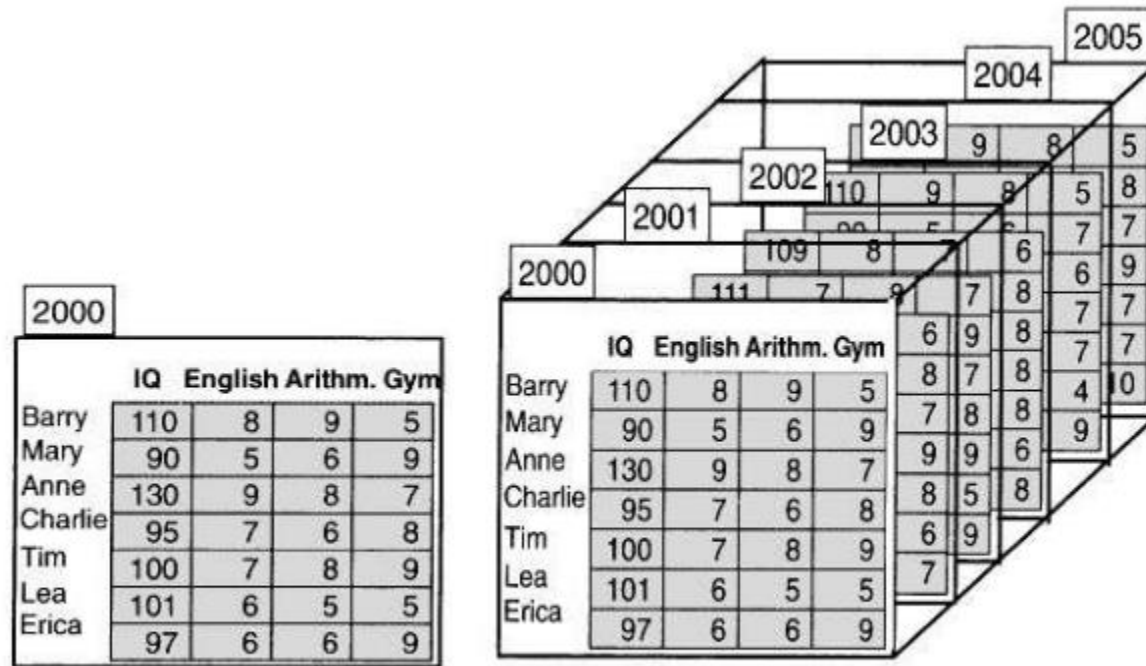
- O que é um tensor?
- O que é processamento tensorial de sinais e por que utilizá-lo?
- Quais suas aplicações em Comunicações?
- Quais as perspectivas de pesquisa nesse campo?

O que é um tensor?

- É um **operador multilinear** que transforma um espaço linear em outro
- Pode ser representado por um **arranjo multidimensional** quando uma base é definida
- Ordem de um tensor: quantidade de índices do arranjo multidimensional
- Exemplos:
 - Vetor (tensor de 1ª ordem)
 - Matriz (tensor de 2ª ordem)
 - $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{3 \times 3 \times 3}$ (tensor de 3ª ordem)



Exemplo de tensor de terceira ordem



(a) Two-way data

(b) Three-way data

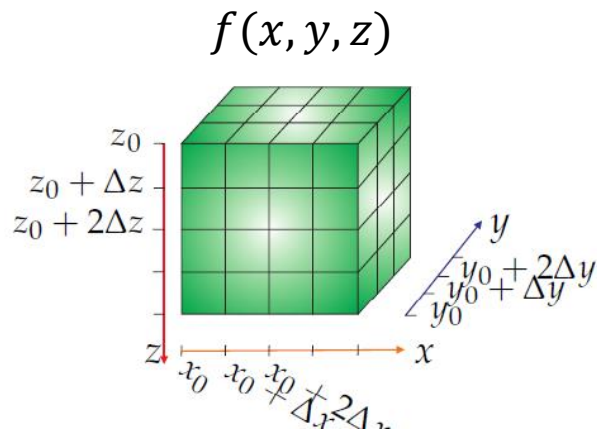
[Kroonenberg 08]

Sinais multidimensionais

- Sinais multidimensionais são definidos em diversos domínios (diversidades)
- Exemplos de diversidades
 - Espacial (sensores), tempo, frequência, entre outros ...
- Ferramentas matriciais exploram até duas diversidades de um sinal
- Métodos tensoriais são capazes de processar conjuntamente múltiplas diversidades
 - Cada diversidade é mapeada em uma dimensão do tensor
 - Exploração da **interdependência** e **redundância** entre os múltiplos domínios físicos do sinal

Sinais multidimensionais

- Exemplos de sinais multidimensionais
 - Medições de sensores físicos
 - Temperatura \times humidade \times luminosidade \times tempo
 - Fluxo de dados em redes
 - Remetente \times destinatário \times taxa de dados \times tempo
 - Imagens coloridas
 - Canais R, G, B
 - Sinais multivariados



3 color channels
(conventional RGB)



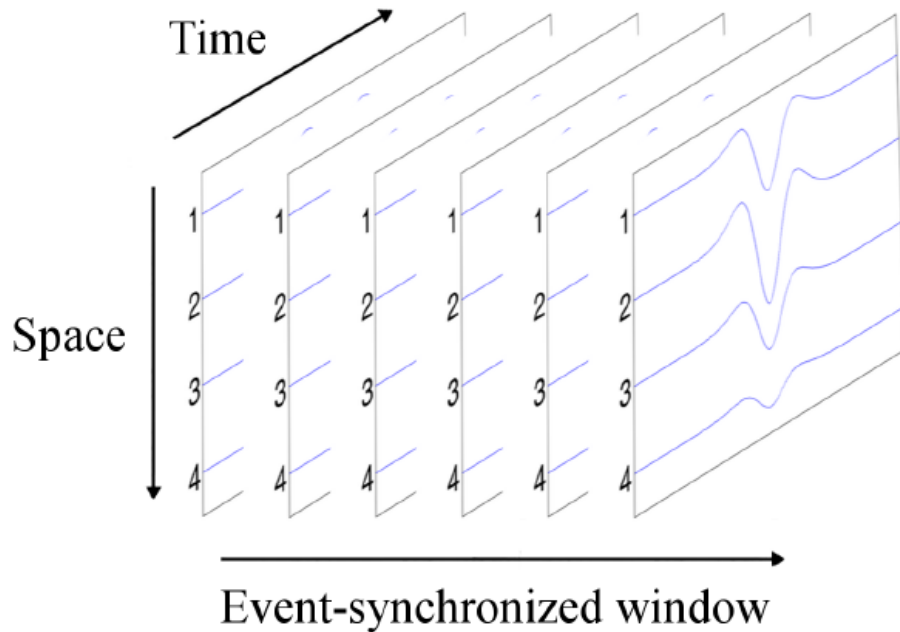
Original image



Extraído do artigo "Multispectral Imaging: Transverse-field-detector sensor has 36 color channels" disponível em <http://www.laserfocusworld.com/>

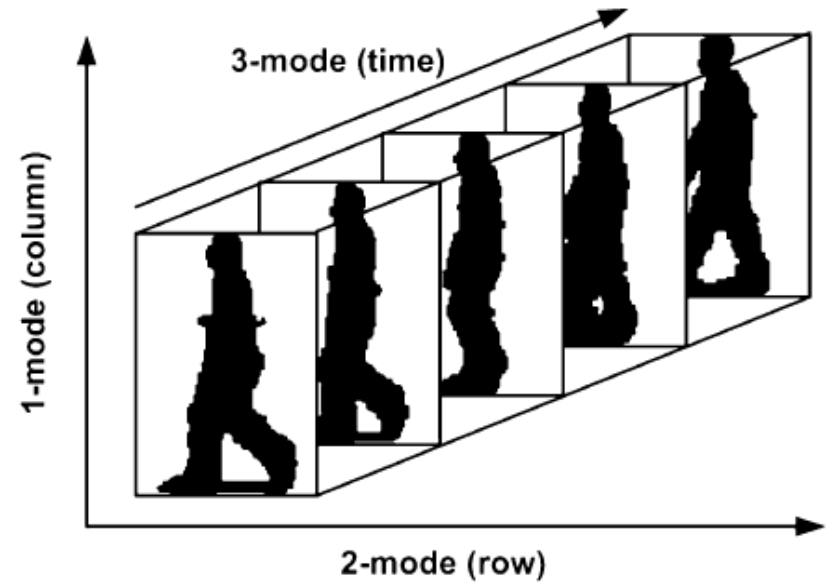
Sinais multidimensionais

[Niknazar14]

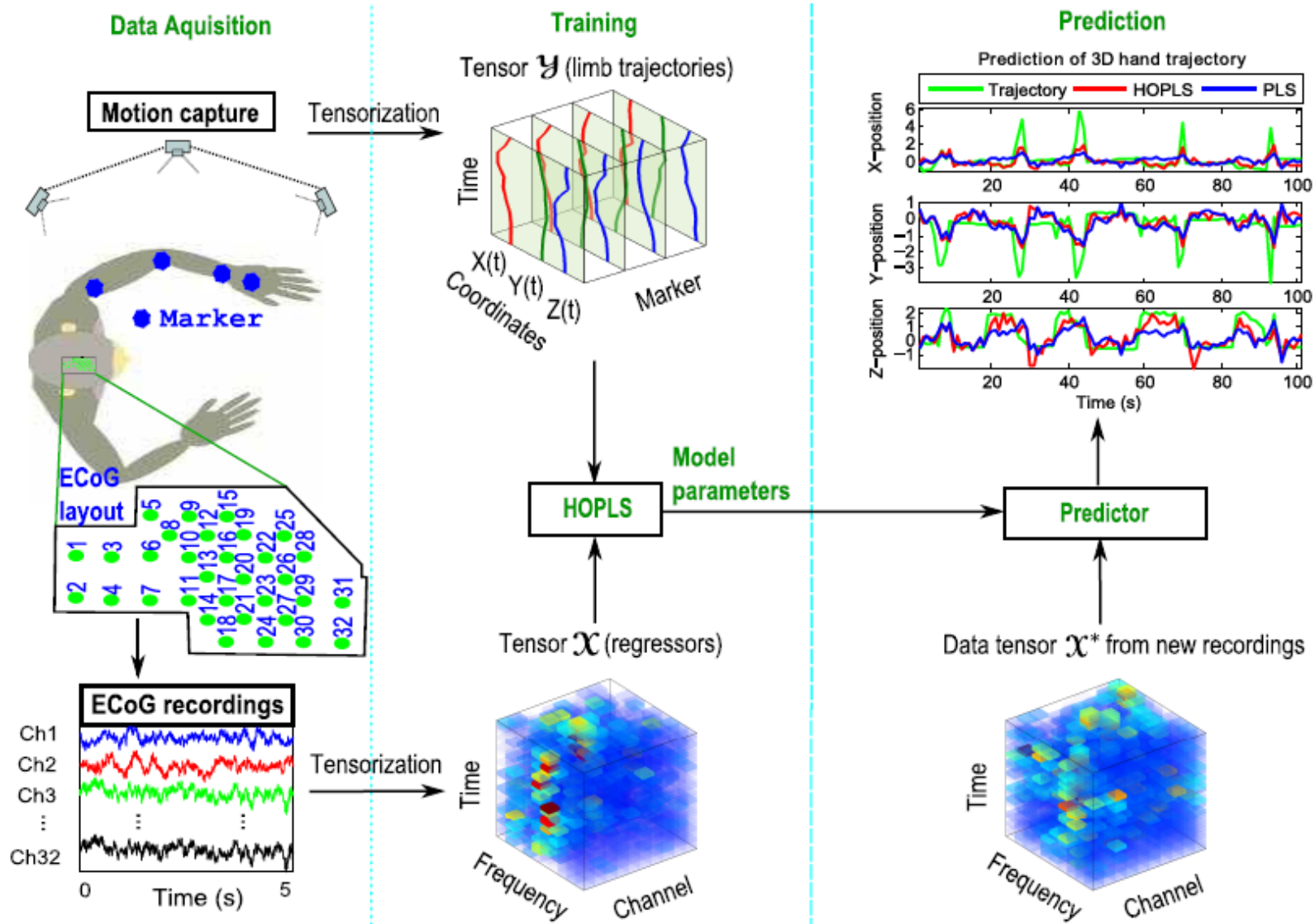


Sinais bioelétricos

[Lu08]



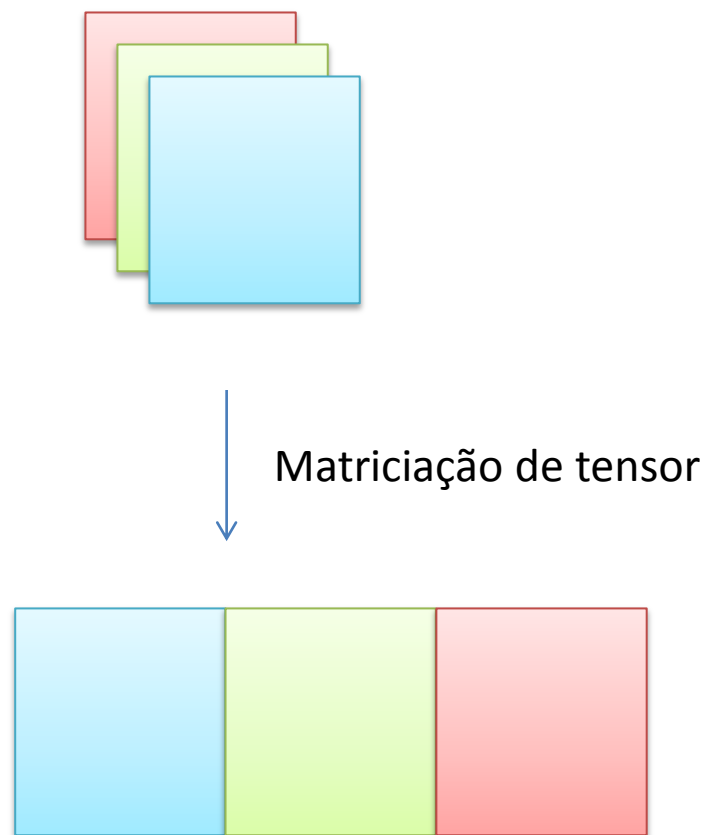
Imagens 3D
(Sequência de silhuetas de marcha)



[Cichocki15]

O que é processamento tensorial de sinais?

- Processamento de sinais
 - Álgebra linear
 - Matrizes e vetores
 - Decomposições matriciais (SVD, QR, Cholesky, ...)
 - Multidimensionalidade ignorada (matriciação)
- Processamento tensorial de sinais
 - Álgebra multilinear
 - Generalização das técnicas matriciais
 - Explora a multidimensionalidade



Por que processamento tensorial
de sinais?

Cenário *Big Data*

- *Big Data*: dados massivos muitas vezes multidimensionais
- O processamento tensorial de sinais é apropriada para a análise de *Big Data*
- Os 4 “V”s do Big Data:
 - **V**eridicidade dos dados: inconsistente, ruidoso, incompleto, boas amostras?
 - **V**olume de dados: MB, GB, TB, PB?
 - **V**ariiedade dos dados: diversidade dos dados
 - **V**elocidade: Batch, tempo real?

Cenário *Big Data*

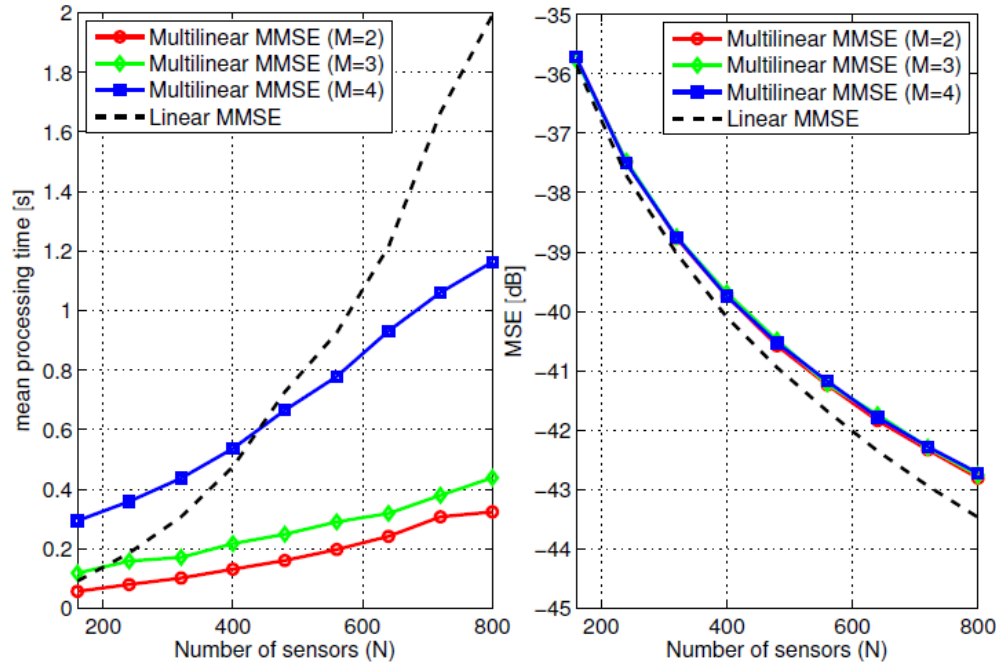
- Métodos numéricos matriciais tornam-se impraticáveis nesse contexto
 - Alta demanda de recursos computacionais
 - Erros numéricos (arredondamento)
- A álgebra multilinear oferece soluções eficientes para problemas nesse cenário
 - Representação compacta dos dados através de decomposições tensoriais
 - Capaz de trabalhar com dados bastante ruidosos e/ou incompletos
 - Processa conjuntamente as múltiplas diversidades dos dados

Cenário *Big Data*

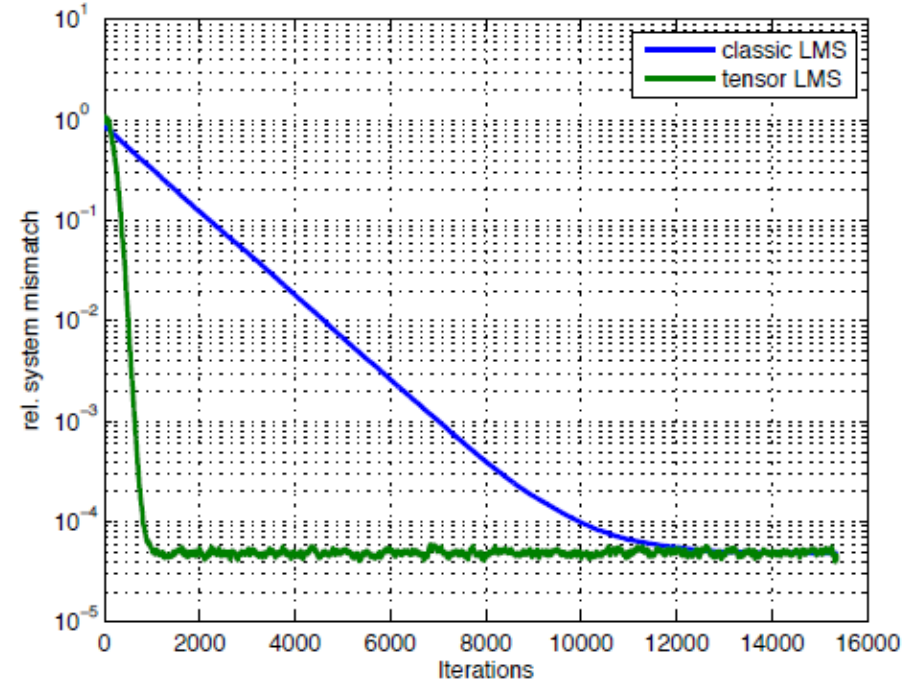
- Filtragem adaptativa
 - O Algoritmo LMS apresenta convergência lenta para filtros com bastante coeficientes
 - A multilinearidade de filtros separáveis é explorada pela ferramenta tensorial
 - **Redução da taxa de convergência**
 - **Redução do tempo de processamento**

Cenário *Big Data*

Beamforming em arranjos multidimensionais



Identificação de filtro FIR com 1024 taps



[Rupp15]

Cenário *Big Data*

- Tensorização de redes neurais profundas
[Nokinov 15]
 - Extensão tensorial do algoritmo *back-propagation*
 - Representação compacta da matriz de parâmetros de uma rede neuronal
 - **Redução de utilização de memória**
 - **Menor tempo de processamento**
 - **Perda de desempenho desprezível**

Decomposições tensoriais

- As decomposições tensoriais apresentam algumas propriedades interessantes
 - Condições de unicidade brandas
 - Rank de um tensor não é limitado por suas dimensões
 - Representação compacta de um tensor

Decomposições tensoriais

- Seja $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{I \times J \times K}$ um tensor de terceira ordem
- Este tensor possui rank 1 se ele puder ser escrito como o produto externo de três vetores:

$$\mathcal{X} = \mathbf{a} \circ \mathbf{b} \circ \mathbf{c}$$

em que $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^I$, $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^J$, $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^K$ e “ \circ ” denota produto externo

- Dessa forma:

$$[\mathcal{X}]_{i,j,k} = [\mathbf{a}]_i [\mathbf{b}]_j [\mathbf{c}]_k$$

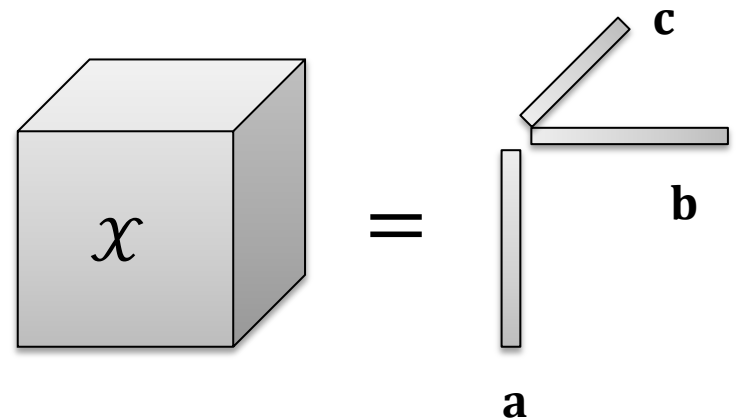
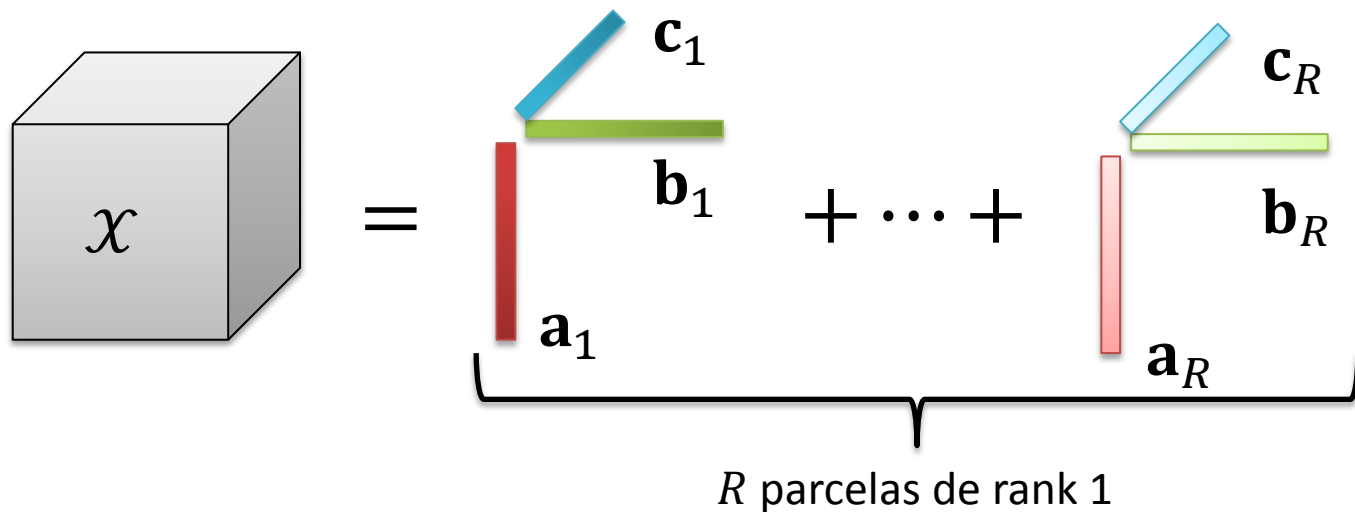


Ilustração de um tensor de rank 1

Decomposições tensoriais

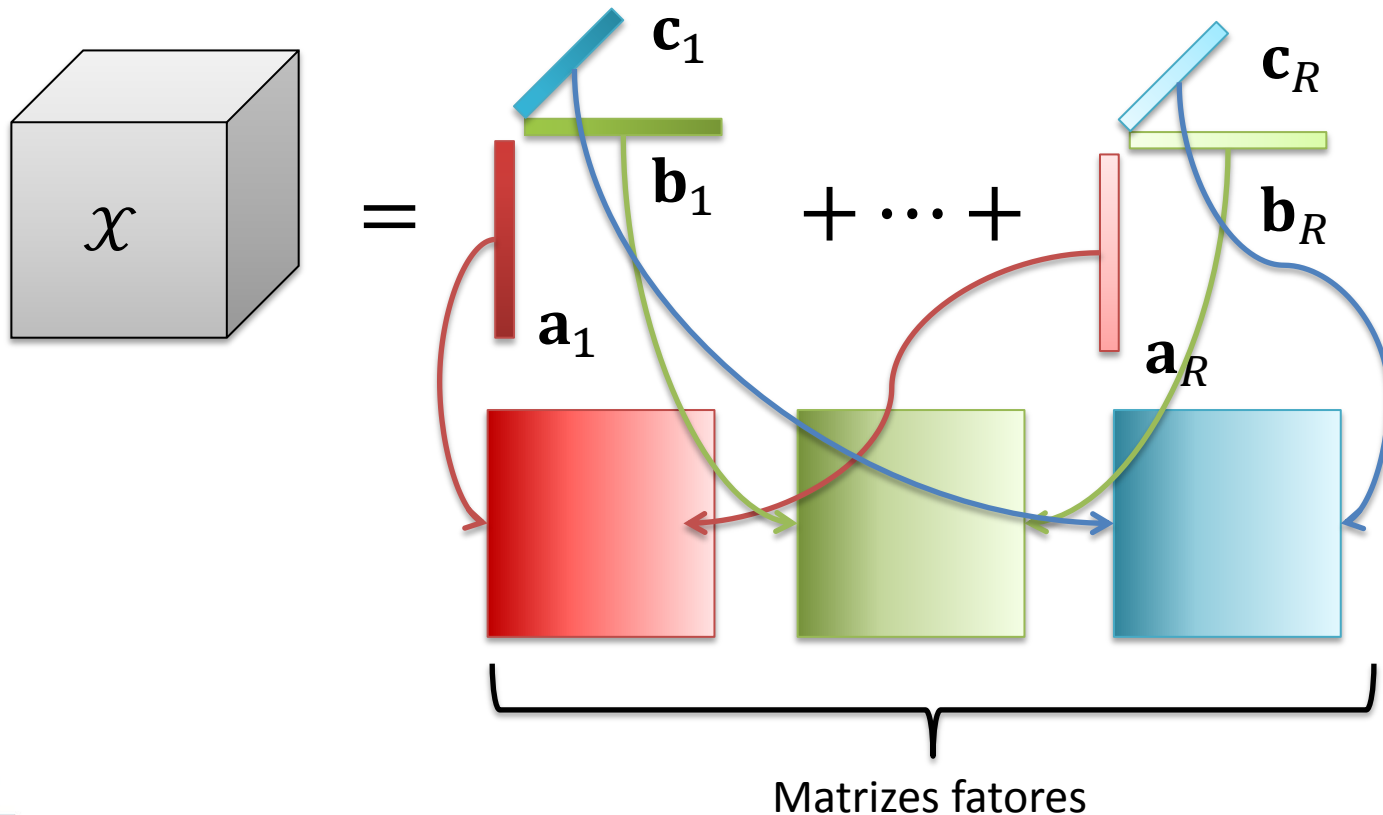
- A decomposição *Parallel Factors* (PARAFAC) de um tensor de terceira ordem é dada por:

$$\mathcal{X} = \sum_{r=1}^R \mathbf{a}_r \circ \mathbf{b}_r \circ \mathbf{c}_r \in \mathbb{R}^{I \times J \times K}$$



Decomposições tensoriais

- A decomposição PARAFAC de \mathcal{X} é única se as suas matrizes fatores forem suficientemente diferentes [Cichocki 15]

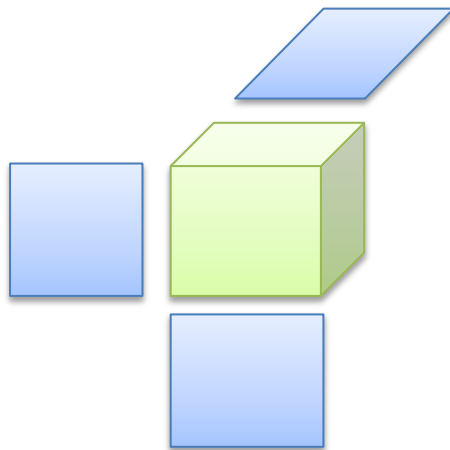


Decomposições tensoriais

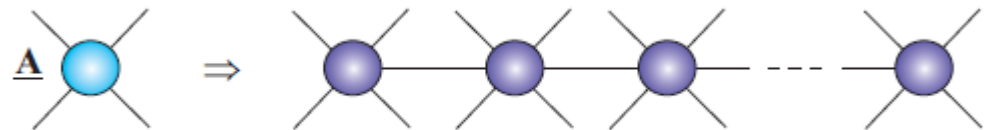
- Dado um tensor qualquer, como calcular a sua decomposição PARAFAC?
 - Seleção de modelo
 - CORCONDIA
 - *Akaike Information Criterion* (AIC) multidimensional
 - Métodos iterativos
 - *Alternating Least Squares*
 - Deflação
 - Gradiente conjugado

Decomposições tensoriais

- Outras decomposições:
 - Tucker
 - HOSVD (generalização da SVD)
 - Redes de tensores



Decomposição
Tucker



Rede de tensores [Cichocki13]

Aplicações em Comunicações

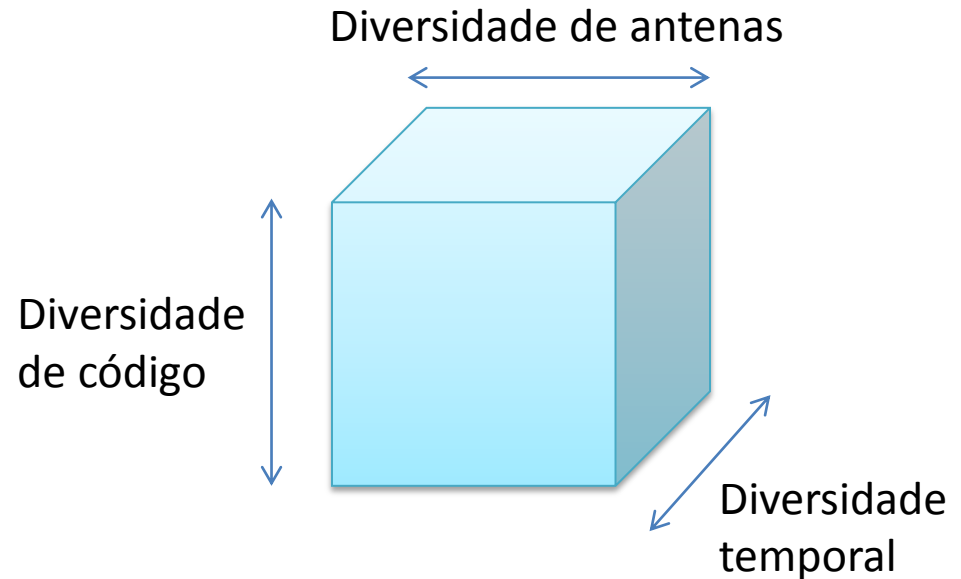
Aplicações em Comunicações

- Sistemas de comunicações MIMO
 - Receptor PARAFAC DS-CDMA
 - Sistemas MIMO com esquemas de codificação
- Sistemas de comunicações cooperativos
- Sistemas radar MIMO
- Identificação e equalização não-supervisionada de canais MIMO

Receptor PARAFAC para sistemas DS-CDMA

[Sidiropoulos 00]

- Sinais recebidos: tensor de 3ª ordem
- Receptor não - supervisionado PARAFAC
- Opera no cenário subdeterminado:
 - # antenas < # usuários
- Desempenho de recuperação de símbolos transmitidos próximo do ótimo

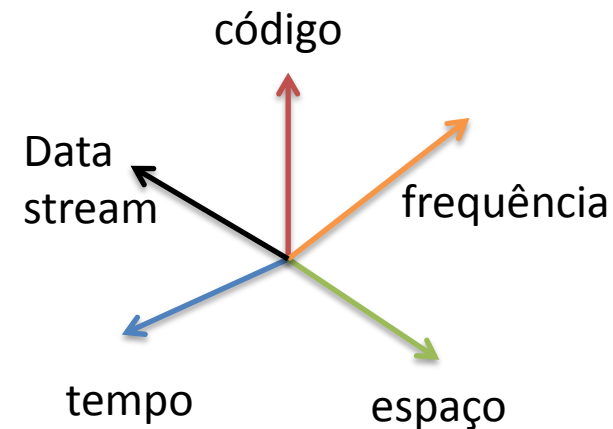


Sistemas MIMO com esquemas de codificação

- Esquemas de codificação espaço-tempo em sistemas MIMO → melhora a confiabilidade na transmissão (ganho de diversidade)
- Código Khatri-Rao Space Time (KRST) [Sidiropoulos02]
 - Esquema de codificação que utiliza o produto Khatri-Rao
 - Tensor de terceira ordem na recepção
 - **Estimação conjunta da matriz de canal e dos símbolos transmitidos**
 - Desempenho superior aos métodos matriciais

Sistemas MIMO com esquemas de codificação

- Diversos esquemas de codificação tensorial foram propostos na última década
- Código *Tensor Space-Time-Frequency* (TSTF) [Favier14]
 - Tensor de 5ª ordem
 - Sistema flexível que explora a redundância e interdependência em sistemas MIMO-OFDM-CDMA



Sistemas de comunicações cooperativos

- Uso de estações retransmissoras (*relay*)
 - ↑ capacidade ↑ cobertura
 - Amplify and Forward (AF)
 - Decode and Forward (DF)
- Estimação dos canais parciais
 - Métodos matriciais não conseguem estimar conjuntamente as matrizes de canal

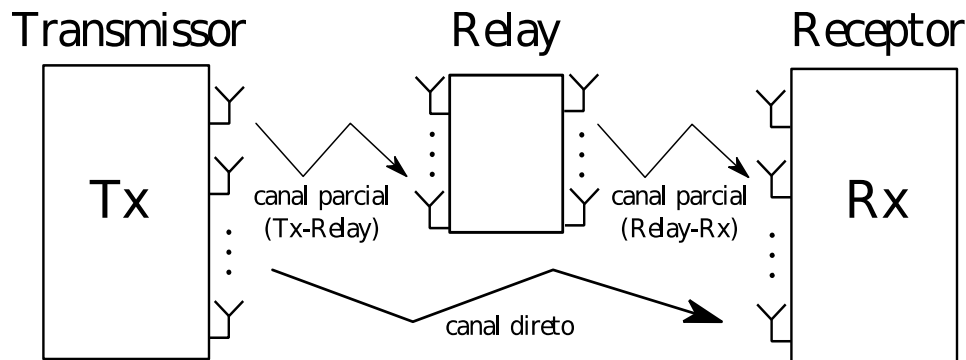
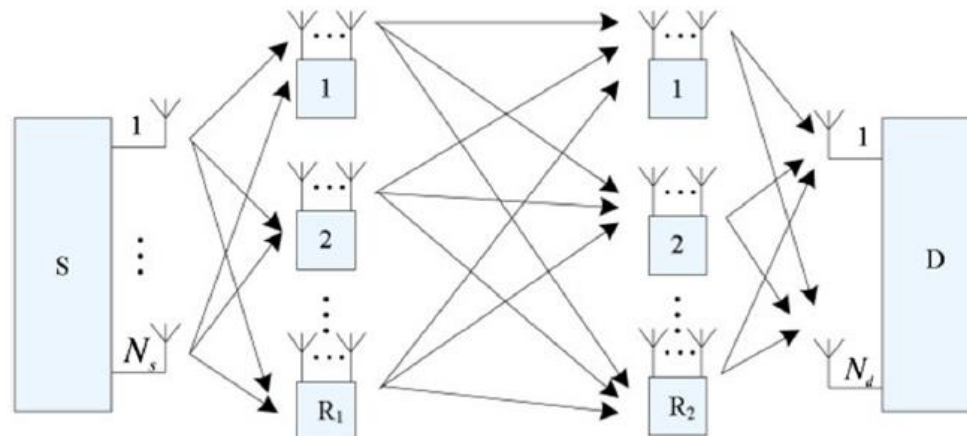


Ilustração de um sistema cooperativo de dois saltos

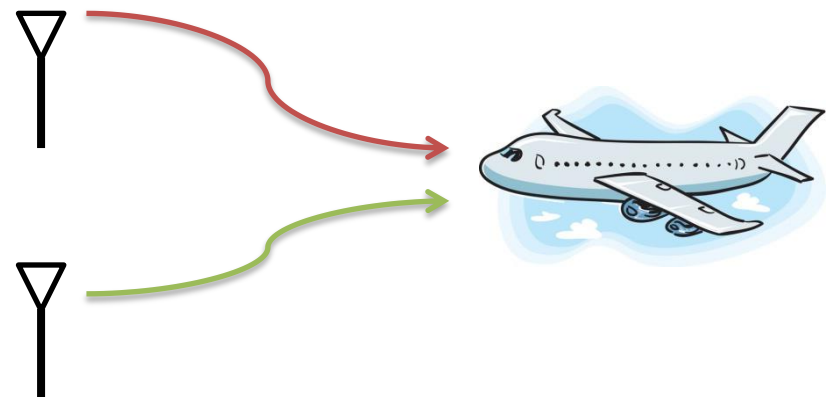
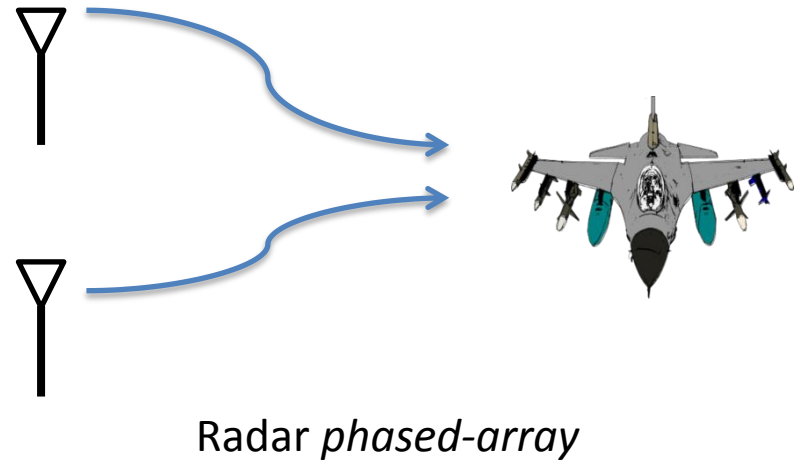
Sistemas de comunicações cooperativos

- Soluções tensoriais para o problema de estimação de canais parciais
 - [Roemer10] estimação conjunta dos canais parciais através de um algoritmo iterativo
 - [Han14] estimação conjunta de todas as matrizes de canal para um sistema MIMO multi-relay AF com 3 saltos



Sistemas radar MIMO

- Sinais independentes transmitidos nas múltiplas antenas [Stoica07]
- **Diversidade de onda**
 - Melhor resolução espacial
 - Maior sensibilidade para alvos lentos
- Estimação de parâmetros
 - Direction of Arrival (DOA)



Radar MIMO

Sistemas radar MIMO

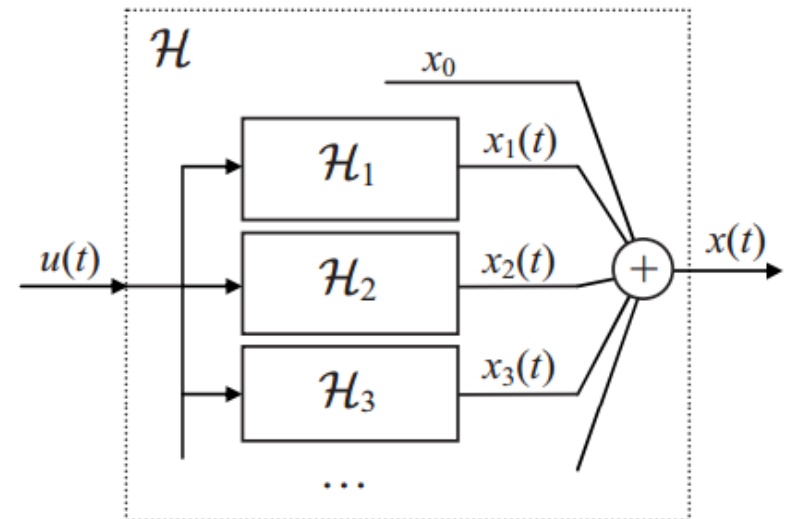
- Métodos matriciais
 - Técnicas de processamento de imagens exaustivas
 - Estimação de DOA: busca exaustiva
- Métodos tensoriais
 - Em [Nion10], foi proposto um sistema radar MIMO PARAFAC
 - Identificabilidade melhorada
 - Parâmetros identificados diretamente através dos fatores da decomposição PARAFAC
 - Métodos multidimensionais para detecção de fontes (seleção de modelo)

Identificação não-supervisionada de canais MIMO

- Sequência de treinamento → diminuição da taxa efetiva de transmissão de dados
- Identificação de sistemas de fase não-mínima
- Momentos e cumulantes de ordem superior → tensores de ordem superior
- Decomposição PARAFAC do tensor de cumulantes de 4ª ordem [Fernandes08]
 - Cenário subdeterminado ($\#$ antenas $<$ $\#$ fontes)
 - Melhor qualidade de identificação que outros métodos também baseados na análise do tensor de cumulantes.

Identificação e equalização não-supervisionada de sistemas MIMO-Volterra

- A série de Volterra é uma das formas mais comuns de se representar sistemas não-lineares
- $x(t) = \mathcal{H}[u(t)] = \sum_{j=0}^{\infty} x_j(t) = \sum_{j=0}^{\infty} \mathcal{H}_j[u(t)]$
- $\mathcal{H}_j[u(t)] = \int_{\tau_n \in \mathbb{R}^j} h_j(\tau_n) \prod_{r=1}^j u(t - \tau_r) d\tau_j, \quad j = 1, 2, \dots$
- $\mathcal{H}[\cdot]$ - Operador não-linear
- h_j - Núcleos de Volterra
- $x(t)$ - sinal de saída
- $u(t)$ - sinal de entrada



[Carassale09]

Identificação e equalização não-supervisionada de sistemas MIMO-Volterra

- Amplificadores de potência → distorções não-lineares
- Canais de comunicação por satélites geralmente são modelados como sistemas de Volterra [Benedetto83]
- Equalização/Identificação de canal
 - Filtragem adaptativa supervisionada
 - Quantidade elevada de parâmetros → convergência lenta
- Em [Fernandes09], foi proposto um método tensorial não-supervisionado
- Decomposição PARAFAC de um tensor de covariâncias espaço-temporais dos sinais recebidos pelo arranjo de antenas
- Cenário sub-determinado, melhor desempenho na identificação/equalização do canal

Perspectivas

- Campo relativamente novo
- Amadurecimento da ferramenta
 - Algoritmos mais eficientes
 - Decomposições generalizadas (redes de tensores)
- Aplicações
 - Tensorização de problemas que não são naturalmente multidimensionais
 - Cenários mais realísticos de comunicações cooperativas
 - Sistemas de comunicações espaciais
 - Redes de sensores sem-fio

Perguntas



{nogueira, mota, andre}@gtel.ufc.br

www.gtel.ufc.br

Referências

- SIDIROPOULOS, Nicholas D.; GIANNAKIS, Georgios B.; BRO, Rasmus. Blind PARAFAC receivers for DS-CDMA systems. **IEEE Transactions on Signal Processing**, v. 48, n. 3, p. 810-823, 2000.
- KROONENBERG, Pieter M. **Applied multiway data analysis**. John Wiley & Sons, 2008.
- NOVIKOV, Alexander et al. Tensorizing Neural Networks. **arXiv preprint arXiv:1509.06569**, 2015.
- RUPP, Markus; SCHWARZ, Stefan. A tensor LMS algorithm. In: **2015 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)**,. IEEE, 2015. p. 3347-3351.
- CICHOCKI, Andrzej et al. Tensor decompositions for signal processing applications: From two-way to multiway component analysis. **IEEE Signal Processing Magazine**, v. 32, n. 2, p. 145-163, 2015.
- Sidiropoulos, Nicholas D., and Ramakrishna S. Budampati. "Khatri-Rao space-time codes." **IEEE Transactions on Signal Processing**, 50.10 (2002): 2396-2407.
- FAVIER, Gerard; DE ALMEIDA, Andre LF. Tensor space-time-frequency coding with semi-blind receivers for MIMO wireless communication systems. **IEEE Transactions on Signal Processing**, v. 62, n. 22, p. 5987-6002, 2014.
- BENEDETTO, Sergio et BIGLIERI, Ezio. Nonlinear equalization of digital satellite channels. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 1983, vol. 1, no 1, p. 57-62.
- FERNANDES, Carlos Alexandre, FAVIER, Gérard, et MOTA, João Cesar M. Blind identification of multiuser nonlinear channels using tensor decomposition and precoding. *Signal Processing*, 2009, vol. 89, no 12, p. 2644-2656.
- NIKNAZAR, Mohammad et al. Blind source separation of underdetermined mixtures of event-related sources. **Signal Processing**, v. 101, p. 52-64, 2014.
- LU, Haiping; PLATANIOTIS, Konstantinos N.; VENETSANOPOULOS, Anastasios N. MPCA: Multilinear principal component analysis of tensor objects. **IEEE Transactions on Neural Networks**, v. 19, n. 1, p. 18-39, 2008.

Referências

- ROEMER, Florian; HAARDT, Martin. Tensor-based channel estimation and iterative refinements for two-way relaying with multiple antennas and spatial reuse. , **IEEE Transactions on Signal Processing**, v. 58, n. 11, p. 5720-5735, 2010.
- XIMENES, Leandro R. et al. PARAFAC-PARATUCK semi-blind receivers for two-hop cooperative MIMO relay systems. **IEEE Transactions on Signal Processing**, v. 62, n. 14, p. 3604-3615, 2014.
- HAN, Xi, DE ALMEIDA, André LF, et YANG, Zhen. Channel estimation for MIMO multi-relay systems using a tensor approach. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2014, vol. 2014, no 1, p. 1-14.
- LI, Jian; STOICA, Petre. MIMO radar with colocated antennas. **Signal Processing Magazine, IEEE**, v. 24, n. 5, p. 106-114, 2007.
- NION, Dimitri et SIDIROPOULOS, Nicholas D. Tensor algebra and multidimensional harmonic retrieval in signal processing for MIMO radar. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, vol. 58, no 11, p. 5693-5705.
- FERNANDES, Carlos Estêvão R., FAVIER, Gérard, et MOTA, João Cesar M. Blind channel identification algorithms based on the PARAFAC decomposition of cumulant tensors: the single and multiuser cases. *Signal Processing*, 2008, vol. 88, no 6, p. 1382-1401.
- CARASSALE, Luigi et KAREEM, Ahsan. Modeling nonlinear systems by Volterra series. *Journal of Engineering Mechanics*, 2009, vol. 136, no 6, p. 801-818.